

2024-2025 учебный год


**КУБОК
ГАГАРИНА**
олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

ОТВЕТЫ РЭ-2025
7 класс
Максимальное количество баллов за задания:

1	2	3	4	5	6	7	8	Сумма
4	4	4	4	5	5	5	5	36

1. Максимально 4 балла.

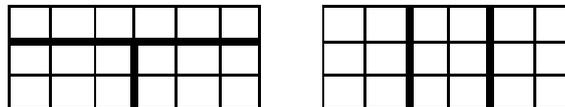
Ответ. Да, можно. Например:

1000	1025	3025
7100	5050	3050
7075	5075	9100

2. Максимально 4 балла.

Ответ. Да

Например, так:



3. Максимально 4 балла. За каждый ответ по 1 баллу.

Ответ. $\begin{cases} p = 2, \\ q = 2 \end{cases}$ и $\begin{cases} p = 3, \\ q = 2 \end{cases}$

Возможное решение.

Пусть p и q нечетные числа. Тогда слева в равенстве четное число, справа – нечетное. Следовательно, хотя бы одно из чисел четно. Пусть q четно, т.е. $q = 2$. Тогда получим: $(p - 1)(2 - p) = 2(2 - p)$, откуда $p = 2$ или $p = 3$. Пусть $p = 2$, тогда получим: $1(q - 2) = 2q - 2q = 0$, или $q = 2$. Новый корень не появился. Заметим, задачу можно решить разложением уравнения на произведение множителей: $(p - 1)(2q - p) = q$.

4. Максимально 4 балла. За продвижения и каждый пример – по 1 баллу.

Ответ. $222 + 9779 = 10001$; $212 + 9889 = 10101$ и $202 + 9999 = 10201$

Возможное решение. Складывая трехзначное и четырехзначное число, мы получаем в этом ребусе пятизначное число. Значит, крайние цифры результата – единицы, крайние цифры четырехзначного числа – девятки, крайние цифры трехзначного числа – двойки. Получим: $2*2 + 9**9 = 1***1$.

Перебирая варианты, получим три решения:

$$222 + 9779 = 10001; 212 + 9889 = 10101 \text{ и } 202 + 9999 = 10201$$

5. Максимально 5 баллов.

Ответ. 2

Возможное решение.

За одно взвешивание определить нельзя. Будем использовать два.

Первое взвешивание: сравним 2; 3 и 5. Если веса равны, то второе взвешивание: 3; 5 и 8. В зависимости от результата 8 – либо легче, либо тяжелее и она бракованная.

Если при первом взвешивании нет равенства, то 8 – не бракованная. Второе взвешивание: 3; 5 и 8. Если при первом взвешивании 2; 3 легче 5, а во втором равенство, то 2 – бракованная и она легче, чем нужно. Если при первом взвешивании 2; 3 легче 5, а во втором 3; 5 легче 8, то 3 – бракованная и она легче, чем нужно. Если при первом взвешивании 2; 3 легче 5, а во втором 3; 5 тяжелее 8, то 5 – бракованная и она тяжелее. Случай, когда при первом взвешивании 2; 3 тяжелее 5 разбирается аналогично.

За пример двух взвешиваний с обоснованием – 4 балла, за оценку, что одного взвешивания не хватит, – 1 балл.

6. Максимально 5 баллов. Только ответ – 1 балл.

Ответ. 32°

Возможное решение.

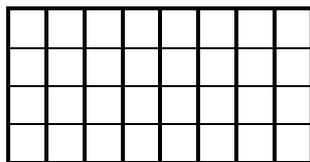
Продолжив медиану BD на свою длину за точку D, получим треугольник ADC₁, равный треугольнику BDC по первому признаку равенства треугольников. Следовательно, углы DAC₁ и DCB равны, но тогда угол BAC₁ прямой, и треугольники ABC и ABC₁ равны. Таким образом, BD=DC, и треугольник BDC равнобедренный. Пусть угол C=α. Тогда ∠DCF=90-α, а ∠BFD=90+α. В треугольнике BDF 180=α+26+90+α. Отсюда α=32.

7. Максимально 5 баллов. Пример – 2 балла, оценка – 3 балла.

Ответ. Выиграет Лиля

Возможное решение.

Разобьем доску на 8 вертикальных полосок 4 на 1.



Тогда в каждую такую полоску можно поставить ровно двух королей. После любого хода Артура, Лиля будет ставить короля в ту же полоску. После двух таких ходов количество полосок убавится на две или три. Таким образом, на любой ход Артура Лиля сможет ответить своим и выиграет.

Разбор частных случаев – 0 баллов. Королей можно поставить и меньше 8 так, что больше поставить нельзя.

8. Максимально 5 баллов. Разбор частных случаев – 0 баллов.

Возможное решение.

В любом треугольнике есть высота, падающая на противоположную сторону, а не на её продолжение. Так что каждый треугольник можно разбить на 2 прямоугольных. Если в прямоугольном треугольнике провести медиану из прямого угла, то он разобьётся на 2 равнобедренных. Таким образом, можно любой треугольник разбить на 4 равнобедренных. Теперь один из полученных 4 равнобедренных снова разобьем на 4. Получим 3 старых + 4 новых = 7 треугольников. То есть мы умеем увеличивать количество треугольников в разбиении на 3. 7+3=10. 10+3=13. Это и требовалось получить.